Fisa de lucru-recapitulare analiza matematica-clasa a XII-a

Prof. CRISTINA OCEAN

1.Se considera functia $f(x)=\begin{cases} e\cdot e^{x}, x\leq -1 \\ 2+x, x>-1 \end{cases}$.

a.Sa se arate ca functia f admite primitive pe R.

b.Sa se calculeze volumul corpului obtinut prin rotatia in jurul axei OX,a graficului functiei $g:[0,2]\to R, g(x)=f(x), x\in[0,2]$.

c.Sa se calculeze $\int_{-2}^{0}\frac{xf(x)}{e}dx$.

2.Se considera functia $f:R\to R, f(x)=\begin{cases} x+5, x<-1 \\ 3x^{2}+1, x\geq -1 \end{cases}$

a.Sa se demonstreze ca functia f admite primitive.

b.Sa se calculeze $\int_{-3}^{-2} f(x)dx$.

c.Sa se arate ca,pentru orice $m\in[-1,\infty)$ aria suprafetei plane determinate de graficul functiei f ,axa OX si dreptele de ecuatii $x=m$ si $x=m+1$ este de cel putin $\frac{5}{4}$.

3.Se considera functiile $f,F:R\to R, f(x)=e^{x}+x^{2}+2x$ si $F(x)=e^{x}+\frac{x^{3}}{3}+x^{2}+1$.

a.Sa se arate ca functia F este o primitiva a functiei f.

b.Sa se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

c.Sa se calculeze aria suprafetei plane marginite de graficul functiei $h:[0,1]\to R$, $h(x)=\frac{f(x)-x^2-2x}{e^x+1}$,axa OX si dreptele de ecuatii $x=0$ si $x=1$.

4.Se considera functiile $f,g:[1,\infty)\to R$, $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ si $g(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$.

a.Sa se verifice ca functia f este o primitiva a functiei g.

b.Sa se calculeze $\int_1^e f(x)g(x)dx$.

c.Sa se determine numarul real $a\in(1,\infty)$ astfel incat $\int_1^a f(x)dx=2$.

5.Pentru fiecare $n\in N^*$ se considera functiile $f_n:[1,4]\to R,\ f_n(x)=\sqrt{x^n+4x}$.

a.Sa se verifice ca $\int_1^4 f_1(x)dx=\frac{14\sqrt{5}}{3}$.

b.Sa se calculeze $\int_1^4 \frac{x+2}{f_2^2(x)}dx$.

c.Sa se determine volumul corpului obtinut prin rotatia in jurul axei OX,a graficului functiei $g:[1,4]\to R, g(x)=\frac{1}{f_2(x)}$.

6. Pentru orice $n\in N^*$ se considera functia $f_n:R\to R,\ f_n(x)=\frac{1}{(x^2+1)^n}$.

a.Sa se verifice ca $\int_1^e f_1\left(\sqrt{x-1}\right)dx=1$

b.Sa se determine primitiva G a functiei $g: R \rightarrow R, g(x)=\frac{1}{f_2(x)}$,care verifica relatia $G(1)=\frac{13}{15}$.

c.Sa se calculeze $\int_0^1 x f_n(x) dx, n \in N, n \geq 2.$

7.Se considera functia $f: R \rightarrow R, f(x)=x^{2011}+x+1.$

a.Sa se determine primitiva $F: R \rightarrow R$ a functiei f,care verifica conditia $F(0)=2010$.

b.Sa se calculeze volumul corpului obtinut prin rotatia in jurul axei ox a graficului functiei $g:[0,2] \rightarrow R, g(x)=f(x)-x^{2011}-1.$

c.Sa se calculeze $\lim_{x \to \infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^{2012}}$.

8.Se considera functia $f_n:(1,\infty) \rightarrow R, f_n(x)=\frac{x^n}{x^2-1}$ si integralele $I_n=\int_4^5 f_n(x) dx, n \in N$.

a.Sa se calculeze I_0.

b.Sa se calculeze $\int_4^5 e^x (x^2-1) f_2(x) dx$.

c.Sa se demonstreze ca $I_{2011}-I_{2009}=\frac{5^{2010}-4^{2010}}{2010}$.

9.Se considera functia $f: R \rightarrow R, f(x)=x^{1005}+2011^x$.

a.Sa se determine multimea primitivelor functiei f.

b.sa se arate ca orice primitiva a functiei f este functie crescatoare pe intervalul $[0,\infty)$.

c.Sa se calculeze $\int_0^1 x f(x^2) dx$.