

FISA DE LUCRU-CLASA A XI-A F

SISTEME DE ECUATII LINIARE

Prof. CRISTINA OCEAN

1. Se considera sistemul in R^3 sistemul
$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1, a \in R. \\ x + y + az = a \end{cases}$$

a) Sa se arate ca determinantul matricei sistemului are valoarea $(a+2)(a-1)^2$.

b) Sa se rezolve sistemul in cazul in care este compatibil determinat.

c) Sa se rezolve sistemul in cazul $a = -2$.

2. Se considera sistemul
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + by + cz = 0 \\ bcx + acy + abz = 0 \end{cases}$$
, cu $a, b, c \in R^*$ si A matricea sistemului.

a) Sa se calculeze $\det(A)$.

b) Sa se rezolve sistemul, in cazul in care a, b, c sunt distincte doua cate doua.

c) Sa se determine multimea solutiilor sistemului, in cazul in care $a = b \neq c$.

3. Se considera sistemul
$$\begin{cases} x - y - mz = 1 \\ mx + y + mz = 1 - m, m \in R. \\ mx + 3y + 3z = -1 \end{cases}$$

a) Sa se calculeze determinantul sistemului.

b) Sa se arate ca, pentru orice $m \in R$, matricea sistemului are rangul cel putin egal cu 2.

c) Sa se determine $m \in R$ pentru care sistemul este incompatibil.

4. Fie sistemul
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + my + mz = -2 \end{cases}, m \in \mathbb{R}$$
 si matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}$.

a) Sa se calculeze $\det(A)$.

b) Sa se arate ca $\text{rang}(A) \neq 2$, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

c) Sa se determine valorile intregi ale lui $m \neq 1$, pentru care sistemul are solutie cu componente intregi.

5. Sa se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel incat sistemul de ecuatii:
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 1 \\ -x + ay + 2z = a + b \\ 3x + by - 4z = a \end{cases}$$
 sa fie sistem

simplu nedeterminat si sa se rezolve.

6. Fie sistemul:
$$\begin{cases} ax + y + 2z = 1 \\ 3x + 2y + z = -1 \\ x + y + (1-a)z = b \end{cases}, a, b \in \mathbb{R}.$$

a) Sa se rezolve sistemul pentru $a = 1, b = 3$.

b) Sa se discute sistemul dupa parametrii reali a si b .