FISA DE LUCRU -RELATIILE LUI VIETE-CLASA A XII-A

Prof. Cristina OCEAN

1.Sa se determine polinomul $f \in K[x], gradf = 3$ stiind ca:

a. $f \in R[x]$ si $x_1 = 2, x_2 = -1, x_3 = 3$ sunt radacini.

b. $f \in R[x]$ si $x_1 = x_2 = 4, x_3 = -2$ sunt radacini.

c. $f \in Z_5[x]$ si $x_1 = x_2 = \hat{3}, x_3 = \hat{4}$ sunt radacini.

2.Se da polinomul $f = x^3 - 2x^2 + x + 1$.Sa se calculeze expresiile:

a. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ b. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$ c. $\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_2 x_3} + \frac{1}{x_1 x_3}$ d. $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$

3.Sa se afle radacinile polinomului f stiind ca intre radacinile sale x_1, x_2, x_3 exista relatia trecuta in dreptul sau,daca:

a. $f = 3x^3 + 7x^2 - 18x + 8$ $x_1 + x_2 = -3$

b. $f = 9x^3 - 18x^2 + 11x - 2$ $x_1 + x_2 = x_3$

4.Se considera polinomul $f = x^3 - 9x^2 - x + 9$ cu radacinile $x_1, x_2, x_3 \in R$.

Sa se verifice ca $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 9(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 18$.

5.Fie polinomul $f = x^3 - x + 7$, cu radacinile x_1, x_2, x_3. Calculati determinantul

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

6.Fie polinomul $f = x^4 - x^3 + ax^2 + bx + c, a, b, c \in R$ .Demonstrati ca daca $a \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$,atunci polinomul f nu are toate radacinile reale.

7.Fie polinomul $f \in R[x]$, $f = x^3 - 2x^2 + ax + b$,cu radacinile x_1, x_2, x_3 .Stiind ca $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$,sa se arate ca $a = 1$.

8.Fie polinomul $f = x^4 - ax^3 - ax + 5$ cu solutiile x_1, x_2, x_3, x_4 si $a \in R$.

a.Sa se determine a astfel incat suma radacinilor polinomului f este 3.

b.Pentru $a = 3$,calculati expresiile: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ si $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$.

9.Fie polinomul $f \in Q[x]$, $f = x^3 - 2x^2 + ax + 6$ si suma $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n, n \in N^*$,unde x_1, x_2, x_3 sunt radacinile polinomului f.

a. Sa se determine $a \in Q$ astfel incat $x_1 = 3$ sa fie radacina a lui f.

b.Pentru $a = -5$ sa se arate ca $2(S_2 - S_1^2) = S_3$.

10. Se considera determinantul d=$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$,unde $x_1, x_2, x_3 \in R$ sunt radacinile polinomului $f = x^3 - 3x + 2$.

a.Sa se calculeze $x_1 + x_2 + x_3$.

b.Sa se arate ca $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -6$.

c.Sa se calculeze valoarea determinantului d.