

Examenul de bacalaureat 2013

Proba E. c)

Simulare 15.05.2013

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați partea imaginară a numărului complex $(1+i)^8 + (1-i)^8$.
- 5p 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x - 3x^2$. Să se ordoneze crescător numerele $f(\sqrt{2})$, $f(\sqrt{3})$ și $f(\sqrt{\pi})$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 9^x = 2$.
- 5p 4. Determinați numărul funcțiilor $f: \{0,1,2,3\} \rightarrow \{0,1,2,3\}$ cu proprietatea că $f(0) \cdot f(1) = 0$.
- 5p 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(0, -3)$ și $B(4, 0)$. Calculați distanța de la O la dreapta AB .
- 5p 6. Fie $\alpha \in \mathbb{R}$ cu $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$. Calculați $\sin 2\alpha$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} m^2x + my + z = 0 \\ x + m^2y + mz = 0 \\ mx + y + m^2z = 0 \end{cases}$$
, unde $m \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Determinați valorile lui m pentru care determinantul matricei sistemului este nul.
- 5p b) Rezolvați sistemul în cazul $m = -1$.
- 5p c) Arătați că sistemul nu are soluții (x_0, y_0, z_0) cu x_0, y_0, z_0 numere reale strict pozitive.
2. Fie $\mathbb{Z}_{25} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{24}\}$ inelul claselor de resturi modulo 25.
- 5p a) Arătați că suma elementelor inelului este $\hat{0}$.
- 5p b) Calculați produsul elementelor nenule ale inelului.
- 5p c) Determinați numărul elementelor inversabile ale inelului.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr natural n , $n \geq 3$, se consideră funcția $f_n: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n - nx + 1$.
- 5p a) Calculați $f_n'(1)$.
- 5p b) Arătați că ecuația $f_n(x) = 0$ are exact două soluții în intervalul $(0, +\infty)$.
- 5p c) Fie a_n unica soluție din intervalul $(0, 1)$ a ecuației $f_n(x) = 0$. Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.
2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x \, dx$.
- 5p a) Calculați I_1 .
- 5p b) Arătați că $\frac{1}{n+1} I_{n+1} + n I_{n-1} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^n$, pentru orice număr natural $n \geq 2$.
- 5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică