LICEUL TEORETIC
„EMIL RACOVITA”
BAIA MARE

MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

**SIMULARE ,FILIERA TEORETICA,PROFIL MATEMATICA-INFORMATICA**

- *Toate subiectele sunt obligatorii.Se acorda 10 p din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.*

**SUBIECTUL I(30 p)**

(5 p) 1.Calculati $\int \left(1+\sqrt{x}\right)^2 dx$. (5 p) 2.Calculati $\int \frac{\ln x}{x} dx$. (5 p) 3.Calculati $\int x\sqrt[3]{x^2+1}dx$.

(5 p) 4.Fie inelul $\left(Z_6,+,\cdot\right)$.Rezolvati ecuatia $\hat{3}x+\hat{4}=\hat{1}$.

(5 p) 5.Aflati probabilitatea de a alege un element inversabil din inelul $\left(Z_6,+,\cdot\right)$.

(5 p) 6.Sa se determine ordinul fiecarui element din grupul $\left(Z_4,+\right)$.

**SUBIECTUL II(30 p)**

1. Pe $G=(0,1)$ fie legea de compozitie $x\circ y=\frac{xy}{2xy-x-y+1}$.

(5 p) a)Demonstrati ca $e=\frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compozitie.

(5 p) b)Demonstrati ca orice element din $G$ este simetrizabil in raport cu legea de compozitie.

(5 p) c)Demonstrati ca $f:G\to R_+^{\bullet},\ f(x)=\frac{1}{x}-1$ este izomorfism intre grupurile $(G,\circ)$si $\left(R_+^*,\cdot\right)$.

2. Fie $f_n:(0,\infty)\to R,\ f_n(x)=\ln^n x, n\in N^*$.

(5 p) a)Demonstrati ca orice primitiva a functiei $f_1$ este strict crescatoare pe $(1,\infty)$.

(5 p) b)Aflati multimea primitivelor functiei $f_1$.

(5 p) c)Deduceti o relatie de recurenta a sirului $I_n=\int f_n(x)dx$.

**SUBIECTUL III (30 p)**

1. Fie matricea $A=\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ si multimea $G=\left\{X(p)=I_2+pA,\ p\neq -\frac{1}{2}\right\}$.

(5 p) a)Demonstrati ca $X(p)X(q)=X(p+q+2pq), \forall p,q\neq -\frac{1}{2}$.

(5 p) b)Demonstrati ca $(G,\cdot)$ este grup comutativ,unde “$\cdot$”este inmultirea matricelor patratice de ordinul 2.

(5 p) c)Rezolvati ecuatia $X(p)^2=I_2+4A$.

Baia Mare, Str. bl. Republicii , nr. 8

Tel. 0262250309, fax. 0262250309

e-mail: racovita_bm@yahoo.com

2. Se considera functiile $f_0 : [0,1] \to R, f_0(x) = arctgx$ si $f_n : [0,1] \to R$, $f_n(x) = x^n arctgx, n \in N^*$.

(5 p) a) Demonstrati ca functia $F : [0,1] \to R, F(x) = f_0(x) + f_2(x) - x$ este o primitiva a functiei $2f_1$.

(5 p) b)Aflati primitiva $G$ a functiei $f_0$ care verifica $G(0) = 1$.

(5 p) c) Demonstrati ca orice primitiva a functiei $f_0$ este convexa pe $[0,1]$.

Baia Mare, Str. bl. Republicii , nr. 8

Tel. 0262250309, fax. 0262250309

e-mail: racovita_bm@yahoo.com