INSPECTORATUL
ŞCOLAR JUDEŢEAN
MARAMUREŞ

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APICATĂ

„ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 28 februarie 2016

Clasa a IX – a

Filiera teoretică – Profil real – Specializarea Științe ale naturii

1. Calculați:

a) S= $\left[\frac{1^2-1}{1}\right]$ + 2 × $\left[\frac{2^2-1}{2}\right]$ + 2^2 × $\left[\frac{3^2-1}{3}\right]$ + ... + 2^{n-1} × $\left[\frac{n^2-1}{n}\right]$, n≥1

b) Demonstrați că ∀ n ∈ N^*, $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \ldots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+n} + \frac{2}{n+1} \in N$

2. Se consideră numerele reale a, b, c cu abc = 1.

a) Să se arate că dacă ab+bc+ac= a+b+c atunci unul din numerele a, b sau c este egal cu 1.

b) Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică cu termeni numere naturale distincte. Dacă progresia are un termen egal cu 484, arătați că ea conține o infinitate de termini care sunt pătrate perfecte.

3. Fie ΔABC cu D ∈ AB, E ∈ AC astfel încât $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$. Dacă M este mijlocul laturii BC și

$\{O\}$ = CD ∩ BE să se demonstreze că:

a) $\overline{BC}$ și $\overline{DE}$ sunt vectori coliniari și BC = 3 × DE.

b) $\overline{AO} = \overline{OM}$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii, fiecare subiect se notează cu notă de la 0 la 7.

Timp de lucru 3 ore.

Subiectele au fost propuse și selectate de către:

Prof. Grigor Mihai – Liceul Tehnologic „Marmaţia”, Sighetu Marmaţiei

Prof. Zelenskyi Tamara -Liceul Tehnologic „Marmaţia”, Sighetu Marmaţiei