INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN MARAMUREȘ

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Type equation here.

CO NCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – 28 februarie 2015
clasa a XI – a
Filiera tehnologică –Profil tehnic – toate specializările profesionale

1.Într-un sistem de axe xOy, considerăm punctele O(0,0) și $A_n(n-1,2n+1)$, n număr natural nenul.
a)Determinați ecuația dreptei A_1A_2
b)Determinați aria triunghiului OA_1A_2
c.) Arătați că punctele A_1, A_2, A_n sunt coliniare.
2.Se considera matricea A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ si matricea X(a)=I_2+aA, a numar real.
a)Demonstrați că X(a)X(b)=X(a+b+5ab),
b)Aflati c numar real astfel incat X(a)X(c)=X(c), oricare ar fi a si c numere reale.
c.)Determinati t numar real astfel incat $X(\frac{14}{5})X(\frac{9}{5})\ldots X(\frac{-6}{5})X(\frac{-11}{5})=X(t)$
3. a)Calculati $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{6}}{x-3}$
b) Studiati daca functia $f:R-\{-1\}\to R, f(x)=\frac{3x^2+1}{\lvert x+1\rvert}$ are limita in $x_0=-1$.
c)Calculati $\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+2}}$
4. a)Determinati valorile reale ale numerelor a si b astfel incat functia $f:R-\{-2\}\to R, f(x)=\frac{ax^2+bx+1}{x+2}$ sa aiba asimptota oblica $y=x+2$ spre ∞.
b)Determinati valorile parametrului real a pentru care functia $f:R\to R, f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+a^2}, x\le 0\\ ax+1, x>0\end{cases}$ are limita in $x_0=0$.
c) Calculati $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+\sin 2x)}{3x}$

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează cu note de la 0 la 7.
Timp de lucru 3 ore.
Subiectele au fost propuse şi selectate de către:
prof.dr. Marin Borcut
prof Ocean Cristina

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
Barem de corectare
clasa a XI – a
Filiera tehnologică –Profil tehnic – toate specializările

1.a) Scrierea cordonatelor pct. $A_1(0,3)A_2(1,5)$..1p

Scrierea ecuației A_1A_2: $\Delta=0$ unde $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}=0$..1p

Finalizare si obtinerea ecuatiei 2x-y+3=0...1p

a) Scrierea formulei $A_{\Delta o A_1 A_2}=\frac{|\Delta|}{2}$, cu $\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 5 \end{vmatrix}$..1p

Finalizare si obtinerea $A_{\Delta o A_1 A_2}=\frac{3}{2}$, ...1p

b) A_1, A_2, A_ncoliniare daca si numai daca $\Delta=0$.......................................1p

Finalizarea calculului si obtinerea egalitatii $\Delta=0$..1p

2.a) Calcularea matricei $A^2=\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{pmatrix}$ =5A 1p

Calcularea produsului X(a)X(b)=(I_2+aA)(I_2+bA)=X(a+b+5ab), folosind urmatoarele: A^2 =5A, I_2A=A 2p

b)Din cerinta X(a)X(c)=X(c), folosind punctual a.) avem X(a+c+5ac)=X(c),⇒

a+c+5ac=c ⇒ $c=\frac{-1}{5}$ 2p

c.) X($\frac{14}{5}$)X($\frac{9}{5}$)…X($\frac{-6}{5}$)X($\frac{-11}{5}$)= X($\frac{14}{5}$)X($\frac{9}{5}$)X($\frac{4}{5}$)X($\frac{-1}{5}$)X($\frac{-6}{5}$)X($\frac{-11}{5}$).......................1p

Folosind b.) rezulta t=$\frac{-1}{5}$ 1p

3.a) Amplificarea cu expresia conjugata... 1p

Descompunerea expresiei $x^2-x-6=(x-3)(x+2)$ si obtinerea rezult. $\frac{5\sqrt{6}}{12}$ 2p

b) Calculul limitelor laterale 1p

Functia are limita ∞ in $x_0=-1$...1p

c) Calculul limitei si obtinerea rezultatului -2...2p

4.a) $m=1 \Rightarrow a=1$ si $n=2 \Rightarrow b=4$..2p

b) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ x<0}} f(x)=|a|$ si $\lim\limits_{\substack{x\to o \\ x>0}} f(x)=1$...2p

Rezolvarea ecuatiei $|a|=1 \Rightarrow a=1$ sau $a=-1$...1p

c)Calculul limitei egala cu $\frac{2}{3}$ 2p