INSPECTORATUL
ŞCOLAR JUDEŢEAN
MARAMUREŞ

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală – 28 februarie 2016
Subiect clasa a X – a
Filiera teoretică - Profil real - Specializarea Ştiinţe ale naturii

1. a) Să se aducă la o formă mai simplă expresia

$$E = \sqrt[4]{a\sqrt[5]{a\sqrt{a}}}$$

b) Arătaţi că , dacă a,b ϵ (0 , 1) atunci :

$$\log_a \frac{2ab}{a+b} + \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq 2$$

c) Să se determine m ϵ R astfel încât funcţia

$f(x) = \log_{\frac{1}{3}}[9x^2 - 3(m-3)x + m^2 - 9]$ să fie definită pe R.

2. Fie *n* un număr natural impar şi numerele :

$$a = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n^2-2}+\sqrt{n^2-1}}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n^2-1}+\sqrt{n^2}}$$

i) Arătaţi că a+b = n - 1

ii) Demonstraţi că 0<a-b<1

iii) Găsiţi partea întreagă a numărului a.

3. a) Rezolvaţi ecuaţia :

$$\left(\frac{3z+1}{z-i}\right)^3 + \left(\frac{3z+1}{z-i}\right)^2 + \left(\frac{3z+1}{z-i}\right) + 1 = 0$$

b) Ştiind că z_1 şi z_2 sunt soluţiile ecuaţiei $1 - z + z^2 = 0$, calculaţi valoarea expresiei

$$E = (z_1^4 - z_1^3 + 2z_1^2 - 2z_1 + 1)^{2016} + (z_2^4 - z_2^3 + 2z_2^2 - 2z_2 + 1)^{2016}$$

c)Dacă $a+bi$ este număr complex dat, să se găsească numerele complexe $z = x + yi$, astfel încât $z^2 = a + bi$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează cu note de la 0 la 7.

Timp de lucru 3 ore.

Subiectele au fost propuse şi selectate de către:

prof. Polgar Corina, Colegiul Tehnic„C.D. Neniţescu", Baia Mare

prof.Cadar Maria,Colegiul Tehnic „George Bariţiu",Baia Mare

SUCCES!